

# Модель процесса измельчения карбида вольфрама

В. Ф. Бойко, А. Д. Верхотуров

---

Средствами математической статистики и коллоидной химии дана интерпретация процесса измельчения порошка твердого сплава на основе карбида вольфрама. На лазерном дифракционном микроанализаторе размеров частиц "Analysette 22" исследованы гранулометрические характеристики исходного и измельченного твердого сплава ВК8. Данные протоколов прибора обработаны по авторской методике и представлены формализованными плотностями распределений.

---

## Введение

Известно, что диспергирование материалов является энергоемким процессом. При этом расходы на измельчение обходятся в два – три раза дороже дробления [1 – 3]. Это вызывает необходимость поиска качественных и количественных связей в системе "ресурс – технология", которой является измельчение.

Итак, измельченные материалы представляют собой свобододисперсные системы, обладающие огромными удельными поверхностями  $S$ , при этом, энергию поверхности принято характеризовать коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma$ , а изменение удельной поверхностной энергии описывать уравнением термодинамики Гиббса  $dE = \sigma dS$  [4], где  $E$  — удельная (отнесенная к единице объема) энергия.

## Математическое обеспечение процесса измельчения

В случае эндотермических реакций удельная поверхность системы частиц растет тем быстрее, чем больше сообщается энергии единице разрушаемого тела, и тем медленнее, чем больше коэффициент поверхностного натяжения. Энергия, сообщаемая системе диспергированных частиц, определяется мощностью установки и ее коэффициентом полезного действия  $\eta$ .

Уравнение непрерывного измельчения системы дисперсных частиц имеет вид [5]

$$S = S_0 + \eta \frac{N}{V\sigma} t, \quad (1)$$

где  $S, S_0$  — текущее и начальное значения удельной поверхности измельчаемого материала,  $N$  — мощность энергетической установки,  $V$  — монолитный объем диспергируемого материала,  $t$  — время.

Уравнение (1) — аналог уравнения Риттингера — частное решение дифференциального уравнения Р. Чарльза [6].

Далее, запишем выражение удельной поверхности, например, для гладких частиц круглой и кубической форм [7]

$$S = 11 \frac{K_\phi K_p}{D_{\max}}, \quad (2)$$

где 11 — максимальное значение безразмерной крупности частиц;  $K_\phi = 6$  (для данного случая) — коэффициент формы частиц;  $D_{\max}$  — максимальный

диаметр частиц;  $K_p = \int_0^{11} \frac{\varphi(z)}{z} dz$  — коэффициент распределения,  $\varphi(z) = az^b / \exp(cz^d)$  — плотность распределения объема дисперсной массы в зависимости от крупности частиц.

Имея ввиду случайный и монотонный характер процесса измельчения частиц, полагая, что за достаточно большой интервал времени, в измельченном материале найдется хоть одна частица исходного максимального размера, принимаем

$D_{\max} = \text{const}$ . Решая совместно выражения (1) и (2), получим

$$K_p = K_0 + \eta D_{\max} \frac{N}{11K_\phi V \sigma} t, \quad (3)$$

где  $K_0$  — начальное значение коэффициента распределения [5].

Отсюда,

$$\dot{K}_p = \alpha, \quad (4)$$

где  $\alpha$  — постоянный множитель при  $t$  в выражении (3),  $c^{-1}$ .

В результате измельчения образуется новая система частиц, предположительно прежней формы, но меньшего максимального диаметра, зависящего от характера раскалывания отдельно взятой частицы. В первом приближении будем считать, что меру измельчения частиц можно характеризовать коэффициентом раздробленности

$$\beta = \frac{D_1}{D_2}, \quad (5)$$

где  $D_2$  — максимальное значение диаметра вновь образованных в результате измельчения частиц;  $D_1$  — то же исходных.

Как видно из выражения (5), дисперсная система вновь образованных (за время  $t$ ) частиц будет отвечать новому интервалу принадлежности диаметра.

Плотность распределения  $\varphi_1$  будет отличаться от плотности распределения исходного материала  $\varphi_0$

$$\varphi_0 = az^b / \exp(cz^d), \quad (6)$$

постоянной величиной —  $\theta_1$ , представляющей относительную долю исходного материала, которая не подверглась измельчению. Последнее дает право для обеих плотностей распределения записать:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_0 \theta_1, \\ \varphi_2 = \varphi(z_2) \theta_2, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\theta_2$  — доля относительного объема вновь образованных частиц.

Естественно,

$$\theta_1 + \theta_2 = 1. \quad (8)$$

При наличии системы (7) можно осуществить суперпозицию функций  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  [8], а именно,

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \theta_1 az^b / \exp(cz^d) + \\ &+ \theta_2 \beta a (\beta z)^b / \exp[c(\beta z)^d]. \end{aligned} \quad (9)$$

Выражение (9), записанное для одного — первого шага, легко обобщается для второго и третьего шагов времени измельчения и выглядит:

$$\begin{cases} \varphi_2 = \theta_1^2 \varphi_0 + 2\theta_1 \theta_2 \beta \varphi_0(\beta z) + \\ + \theta_2^2 \beta^2 \varphi_0(\beta^2 z), \\ \varphi_3 = \theta_1^3 \varphi_0 + 3\theta_1^2 \theta_2 \beta \varphi_0(\beta z) + \\ + 3\theta_1 \theta_2^2 \beta^2 \varphi_0(\beta^2 z) + \theta_2^3 \beta^3 \varphi_0(\beta^3 z). \end{cases} \quad (10)$$

Вернемся к выражению (4), применим понятие приведенного к максимальному диаметру коэффициента распределения и запишем

$$\begin{aligned} &\int_0^{11} az^{b-1} / \exp(cz^d) dz \frac{d\theta_1}{dt} + \\ &+ \int_0^{11} \beta^2 a (\beta z)^{b-1} / \exp[c(\beta z)^d] dz \frac{d\theta_2}{dt} = \alpha. \end{aligned} \quad (11)$$

Используя вышеуказанные обозначения, имеем:

$$\begin{cases} K_0 \frac{d\theta_1}{dt} + K_\beta \frac{d\theta_2}{dt} = \alpha, \\ K_\beta = \beta K_0. \end{cases} \quad (12)$$

Преобразуем, используя выражение (8), и определяем постоянные интегрирования:

$$\begin{cases} \theta_1 = 1 - \gamma t, \\ \theta_2 = \gamma t, \\ \gamma = \frac{\alpha}{K_0(\beta - 1)}. \end{cases} \quad (13)$$

Для измельчения тугоплавкого порошка ВК8 использовали шаровую барабанную мельницу ММР-70/100. Продолжительность помола составила 8, 16, 24 ч. Мощность агрегата 11 кВт. Загрузка шаров 1200 кг, исходного материала 300 кг. Измельченный материал исследовали с помощью лазерного

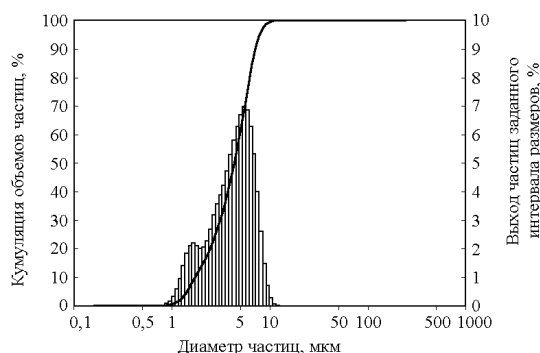


Рис. 1. Гистограмма исходного материала ВК 8.

дифракционного микроанализатора. Гистограммы укрупняли и обрабатывали по известной методике [5, 7], с учетом [9], рис. 1.

**Результаты обработки дифракционного анализа**

Результаты обработки гистограммы исходного материала приведены в табл. 1 и показаны маркерами и аппроксимирующей кривой на рис. 2.

Таблица 1

Значения экспериментальных и расчетных данных исходного материала

D, мкм	ΔF	Z	Δz	ΔF/Δz	z <sub>ср</sub>	φ(z)
0,84	0,0038	0,764	0,764	0,005	0,382	0,0141
1,71	0,0983	1,555	0,791	0,124	1,159	0,0967
2,54	0,1125	2,309	0,755	0,149	1,932	0,1640
3,50	0,1491	3,182	0,873	0,171	2,745	0,1899
4,44	0,1587	4,036	0,855	0,186	3,609	0,1802
5,20	0,1302	4,727	0,691	0,188	4,382	0,1555
6,09	0,1384	5,536	0,809	0,171	5,132	0,1273
7,73	0,1565	7,027	1,491	0,105	6,282	0,0871
9,81	0,0483	8,918	1,891	0,026	7,973	0,0453
12,10	0,0043	11,000	2,082	0,002	9,959	0,0193

ΔF — частота объемов.

Далее приведем данные обработки дифракционного анализа исходного и измельченного материала (табл. 2).

**Решение системы уравнений**

Коэффициент α определили по формуле (4)

$$\alpha = \frac{K_p - K_0}{t}, \tag{14}$$

где K<sub>p</sub>, t (с) брали из табл. 2.

По результатам вычислений для восьмичасового интервала (шага времени измельчения) принимаем, α = 3,16 · 10<sup>-6</sup> с<sup>-1</sup>.

Зная α, используя выражение (9) и систему (13), а также метод последовательных приближений расчетных и экспериментальных плотностей распределения (табл. 2, строка 2), путем варьирования находим коэффициент раздробленности β = 1,442.

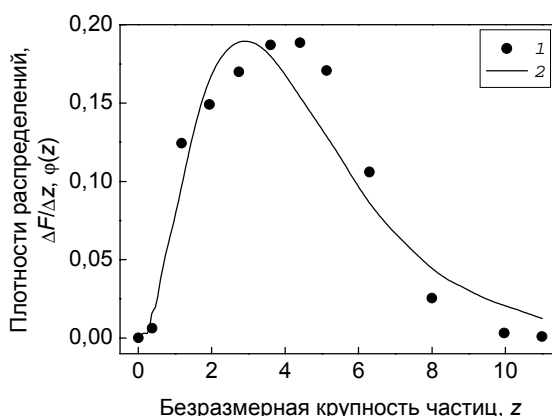


Рис. 2. График плотностей распределений объемов частиц исходного материала. 1 — результаты дифракционного анализа, 2 — линия аппроксимации.

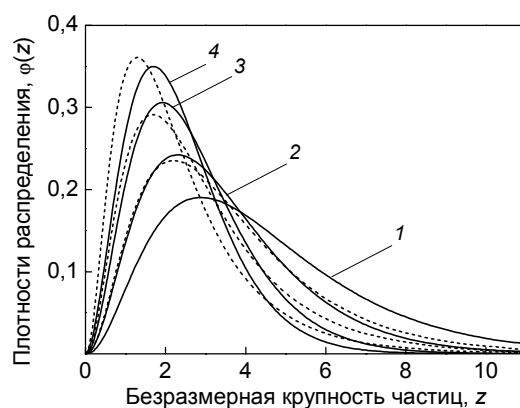


Рис. 3. Графики плотностей распределений тугоплавкого материала ВК8: (—) — линия аппроксимации данных дифракционного анализа; (---) — результаты вычисления по формулам (9), (10). Время обработки t, ч: 1 — 0; 2 — 8; 3 — 16; 4 — 24.

При этом доли исходного и вновь образованного материалов в конце 8-часового интервала измельчения оказались равными θ<sub>1</sub> = 0,3926, θ<sub>2</sub> = 0,6074.

**Вывод**

Сходимость результатов расчета плотностей распределения с помощью конечных рядов (9), (10) и

Таблица 2

Результаты обработки данных дифракционного анализа

№ п/п	Время, ч	Параметры распределений				Коэффициент коррекции, K <sub>r</sub>	Коэффициент распределения, K <sub>p</sub>	S · 10 <sup>-6</sup> , м <sup>-1</sup>	S <sub>ан</sub> · 10 <sup>-6</sup> , м <sup>-1</sup>
		a	b	c	d				
1	0	0,2822	2,508	1,277	0,822	0,933	0,339	1,852	1,844
2	8	0,4058	2,290	1,100	0,945	0,970	0,430	2,345	2,347
3	16	0,4998	2,109	0,888	1,126	0,967	0,528	2,882	2,880
4	24	0,6311	1,911	0,852	1,192	0,964	0,612	3,337	3,331

S<sub>ан</sub> — удельная поверхность материала ВК8 по протоколам “Анализетте – 22”.

аппроксимации экспериментальных данных (табл. 2), показанная на рис. 3, отвечает точности инженерных оценок.

### **Литература**

1. Круппа П.И., Нестеров П.О. Модернизация технологических процессов рудоподготовки на базе использования современного отечественного оборудования. Горный журнал. Спецвыпуск, 2003, с. 56 – 57.
2. Справочник по обогащению руд. М.: Metallurgizdat, 1950, т. 2, 955 с.
3. Серго Е.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. М.: Недра, 1985, 285 с.
4. Фролов Ю.Г. Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы. М.: Химия, 1982, 400 с.
5. Бойко В.Ф. Интерпретация средствами гранулометрии процесса измельчения руд. Обогащение руд, 2002, № 6, с. 14 – 17.
6. Биленко Л.Ф. Закономерность измельчения в барабанных мельницах. М.: Недра, 1984, 200 с.
7. Бойко В.Ф. Аналитическое определение удельной поверхности россыпного золота. Обогащение руд, 2002, № 4, с. 18 – 20.
8. Бойко В.Ф., Николенко С.В., Климова Л.А., Власова С.М., Комарова Г.П. Принцип суперпозиции плотностей распределения порошковых материалов. Огнеупоры и техническая керамика, 2005, № 7, с. 39 – 43.
9. Кокрен У. Методы выборочного исследования. М.: Статистика, 1976, 440 с.

***Бойко Валентин Федорович** — Институт материаловедения Хабаровского научного центра Дальневосточного отделения Российской академии наук, доктор технических наук, главный научный сотрудник, заведующий группой. Специалист в области гранулометрии геоматериалов, математической статистики, коллоидной химии.*

***Верхотуров Анатолий Демьянович** — Институт материаловедения Хабаровского научного центра Дальневосточного отделения Российской академии наук, доктор технических наук, профессор, директор института. Специалист в области порошковой металлургии.*