

# Зависимость диэлектрических характеристик электротехнического фарфора от частоты электрического поля

Н. С. Костюков, С. М. Соколова, В. А. Демчук, Ж. В. Колпащикова

---

На основе теории вынужденных колебаний приведен расчет частотного спектра диэлектрической проницаемости и диэлектрических потерь электротехнического фарфора в области частот до  $10^{14}$  с<sup>-1</sup>, который определяется релаксационными процессами на наноуровне. Показана возможность определения размеров зоны релаксации путем измерения диэлектрических характеристик.

**Ключевые слова:** поляризуемость, диэлектрическая проницаемость, диэлектрические потери, релаксация, резонансная частота, электротехнический фарфор.

---

Calculations of frequency content of dielectric capacitance and dielectric loss tangent are described for electrical porcelain in the range to  $10^{14}$  s<sup>-1</sup> on the basis of the equation of forced oscillations. Availability of determination of relaxation zone is shown by using measurements of dielectric characteristics.

**Key words:** polarizability, dielectric capacitance, dielectric loss angle, relaxation, resonance frequency, electrical porcelain.

---

## Введение

Электротехнический фарфор М-23 — типичный представитель алюмосиликатной керамики, широко используемой в качестве электрической изоляции в промышленности.

Теоретическое и экспериментальное изучение свойств керамики в области релаксационных диэлектрических параметров ( $\epsilon$ ,  $\text{tg}\delta$ ,  $\gamma$ ) связано со структурой материала на наноуровне ( $10^{-9}$  м) через резонансную частоту в дифференциальном уравнении второго порядка вынужденных колебаний, описывающего поведение диэлектрика в переменных электрических полях. Область в диэлектрике с пониженной энергией активации (область релаксации  $R \sim 10^{-9}$  м) является чувствительным параметром, определяющим величину резонансной частоты, а, следовательно,  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$ . Так как величина области релаксации является технологическим параметром, то, измеряя  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$ , возможно осуществлять отработку и оптимизацию технологического процесса на наноуровне.

## Математические основы анализа диэлектриков

Среди керамических электроизоляционных материалов наиболее распространены фарфоры. Используют алюмосиликатные кварцевые фарфоры (самые востребованные, например, в электротехнике), высокоглиноземистые, бариевые, кальциевые, магниевые и др.

Рассмотрим кварцевый алюмосиликатный фарфор М-23, применяемый для производства высоковольтных изоляторов.

Химический состав алюмосиликатного фарфора М-23 по оксидам приведен в таблице [1].

Структура фарфора М-23 неоднородная: основная масса состоит из муллита с большим количеством кристаллического  $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$  и кварца, сцементированного алюмосиликатной стеклофазой [1].

Теоретический анализ поведения заряженной частицы в диэлектрике в переменном электрическом поле можно полностью проводить на основе дифференциального уравнения вынужденных колебаний с затуханием:

Таблица

Химический состав алюмосиликатного фарфора М-23 по оксидам

Оксид	Содержание, масс. %
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	25,7
SiO <sub>2</sub>	68,3
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,25
CaO	0,22
MgO	0,22
Na <sub>2</sub> O	1,8
K <sub>2</sub> O	3,5

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{qE_0 e^{i\omega t}}{m}, \quad (1)$$

где  $q$  — заряд частицы,  $m$  — ее масса,  $x$  — смещение,  $\beta$  — коэффициент затухания,  $\omega_0$  — резонансная частота,  $E_0$  — амплитуда напряженности действующего поля.

Первое слагаемое левой части характеризует инерционную составляющую, действующую на частицу с зарядом  $q$  массой  $m$  и вызывающую ее смещение на расстояние  $x$  при наличии препятствующего этому смещению внутреннего трения, определяемого вторым слагаемым левой части и квазиупругой силой, возвращающей частицу в исходное состояние, определяемой третьим слагаемым. Вынуждающей силой выступает переменное электрическое напряжение  $qE_0 e^{i\omega t}$ .

Смещение заряда  $q$  на расстояние  $x$  приводит к образованию индуцированного электрического момента

$$\mu = qx \quad (2)$$

и создает поляризованность

$$P = nqx. \quad (3)$$

где  $n$  — концентрация носителей заряда.

Решение уравнения (1) в этом случае для поляризуемости было дано в [2] в виде:

$$\alpha = \alpha' + i\alpha'' = \frac{q^2}{m_i} \times \left[ \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} + i \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} \right]. \quad (4)$$

При постоянном напряжении ( $\omega = 0$ )

$$\alpha' = \frac{q^2}{m\omega_0^2} \quad \text{и} \quad \alpha'' = 0. \quad (5)$$

Для резонансной частоты в случае релаксационных колебаний используется соотношение [3]

$$\omega_{0i}^2 = \frac{q_i^2}{\pi \epsilon_0 R_i^3 \epsilon_\infty m_i}, \quad (6)$$

где  $R_i$  — линейные размеры области релаксационных колебаний,  $\epsilon_\infty$  — диэлектрическая проницаемость, определяемая упругими видами поляризации,  $q_i$ ,  $m_i$  — заряд и масса релаксирующего иона.

Коэффициент затухания  $\beta$  может быть определен из удельной объемной электропроводности (УОЭП)  $\gamma$ .

Электропроводность, если она обеспечивается одним видом носителей (ионов), описывается дифференциальным уравнением:

$$m \left( \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dx}{dt} \right) = qE, \quad (7)$$

то есть уравнением (1) без третьего слагаемого в левой части, которое характеризует действие квазиупругой силы. Так как в этом случае нет возвращающей силы, то движение имеет характер протекания и заряженная частица может совершать сквозное движение от электрода к электроду, обеспечивая проводимость диэлектрика. В результате для проводимости было получено выражение [4]

$$\gamma = n \frac{Z^2 e^2 \tau}{m_i}, \quad (8)$$

где  $\tau = \frac{1}{2\beta}$  — время, в течение которого поле постоянного

напряжения действует на носителей заряда  $Ze$  между их переходами в ближайшие положения равновесия,  $n$  — концентрация носителей заряда.

Таким образом коэффициент затухания найден

$$2\beta = n \frac{Z^2 e^2}{\gamma m_i}. \quad (9)$$

При вычислении коэффициента затухания по результатам измерения УОЭП следует иметь в виду, что проводимость обычно обеспечивается несколькими видами носителей заряда (ионы, электроны). В нашем случае проводимость материалов со щелочной алюмосиликатной стеклофазой обеспечивается ионами натрия (таблица). Определение чисел переноса по методу Тубандта для фарфора М-23 показало, что его проводимость целиком определяется ионами натрия [4], энергия активации которых  $\sim 1$  эВ в высокотемпературной области и  $\sim 0,5$  эВ — в низкотемпературной. Величина УОЭП для М-23 при 20°С —  $1,4 \cdot 10^{-10} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ .

Учитывая, что при 20°С концентрация слабосвязанных ионов натрия в фарфоре М-23 при энергии активации 1 эВ будет  $2,89 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}$ , а при 0,5 эВ —  $3,24 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$ , коэффициент затухания равен:

$$2\beta = \frac{n_{\text{Na}} q^2}{\gamma m_{\text{Na}}} = 0,25 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1},$$

то есть  $\beta = 0,13 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ , (10)

а при энергии активации 0,5 эВ —  $2\beta = 1,6 \cdot 10^{17} \text{ с}^{-1}$ .

Резонансная частота для фарфора М-23 рассчитанная по формуле (6) при значении  $\epsilon_\infty$  для ИК-области частот 6,146 и  $R_i = 10^{-9} \text{ м}$  —  $\omega_0 = 2,02 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$  [6].

### Частотная зависимость диэлектрической проницаемости

Диэлектрическая проницаемость для фарфора М-23 может быть рассчитана по формуле:

$$\epsilon' = \epsilon_\infty + \frac{2}{3} \cdot \frac{n_{\text{Na}} \alpha'}{\epsilon_0} = 6,146 + \frac{2}{3} \cdot \frac{n q^2}{\epsilon_0 m_{\text{Na}}} \times$$

$$\times \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} = 6,146 + 0,45 \cdot 10^{26} \times$$

$$\times \frac{2^2 \cdot 10^{24} - \omega^2}{(2^2 \cdot 10^{24} - \omega^2)^2 + 0,25^2 \cdot 10^{14} \cdot \omega^2} =$$

$$= 6,146 + 11 f_1(\omega), \quad (11)$$

где

$$f_1(\omega) = \frac{4 \cdot 10^{24} - \omega^2}{(4 \cdot 10^{24} - \omega^2)^2 + 0,25^2 \cdot 10^{14} \omega^2}.$$

Таким образом, при  $\omega \sim 0$  для фарфора М-23 было получено значение  $\epsilon = 17,146$  (рис. 1, кривая 2). Расчетные значения значительно превышают величины, полученные экспериментальным путем [4, 5], даже с учетом возможного технологического разброса, приведенного на рис. 2.

На рис. 2 приведены частотные зависимости  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$  для семи отдельных образцов фарфора М-23. Разброс значений  $\text{tg}\delta$  в низкочастотной области связан с потерями проводимости и с состоянием не только структуры материала, но и с состоянием поверхности. Разброс значений диэлектрической проницаемости связан в основном с процессами релаксационной поляризации и определяется размерами областей релаксационных колебаний  $R_i$ .

В приведенном расчете  $\epsilon'$  величина области релаксации  $R_i$  в первом приближении была взята равной  $10^{-9} \text{ м}$ , что дало возможность правильно определить порядок величины, хотя, и не было совпадения по абсолютной величине.

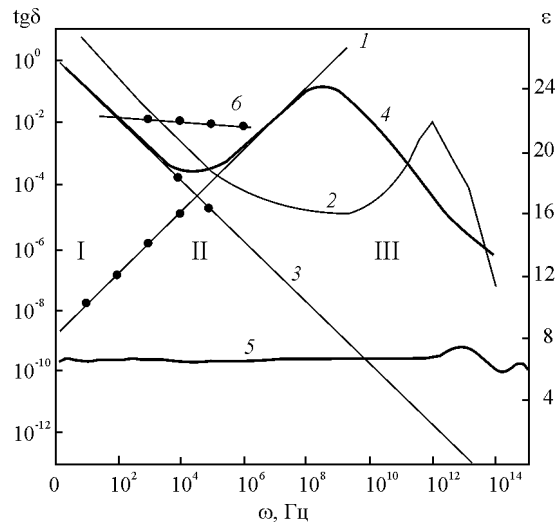


Рис. 1. Зависимость  $\epsilon$  и  $\text{tg}\delta$  фарфора от частоты: 1 — поляризационной составляющей  $\text{tg}\delta$  по ф-ле (13); 2 — зависимость от частоты  $\epsilon'$  по ф-ле (11); 3 — зависимость составляющей потерь проводимости по ф-ле (15); 4 — суммарное значение  $\text{tg}\delta$  по ф-ле (16); 5 — зависимость  $\epsilon'$  от частоты по ф-ле (11'); 6 — точки на графике соответствуют значениям усредненной зависимости  $\text{tg}\delta$  (рис. 2).

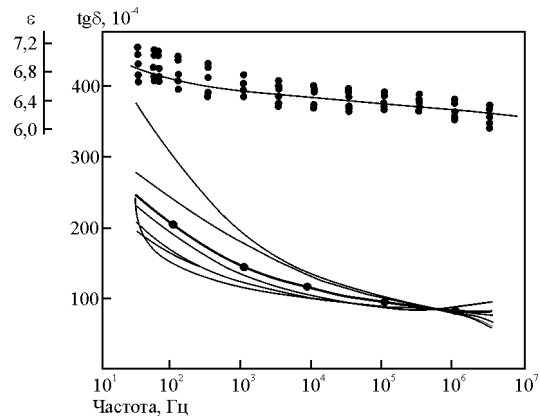


Рис. 2. Частотная зависимость  $\epsilon$ ,  $\text{tg}\delta$  фарфора М-23 при 20°С для 7 образцов, изготовленных по различной технологии [4].

Для уточнения значения  $R_i$  была взята разность значения диэлектрической проницаемости, определенная экспериментально на частоте  $\omega \ll \omega_0$ ,  $\omega \sim 0$  (релаксационная область) и частотах инфракрасной области (граница упругих видов поляризации).

Для М-23

$$\Delta\epsilon = 0,45 \cdot 10^{26} \cdot \omega_0^{-2} = 6,8 - 6,154 = 0,654,$$

откуда

$$\omega_0^2 = \frac{0,45 \cdot 10^{26}}{0,654} = 0,67 \cdot 10^{26}; \quad \omega = 8,3 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1};$$

$$R = 1,79 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Таким образом, формула (11) может быть записана в виде:

$$\epsilon' = 6,146 + 0,45 \cdot 10^{26} \times \frac{0,67 \cdot 10^{26} - \omega^2}{(0,67 \cdot 10^{26} - \omega^2)^2 + 0,25^2 \cdot 10^{14} \omega^2} \quad (11')$$

Результаты расчета по этой формуле приведены на рис. 1 кривой 5.

### Частотная зависимость диэлектрических потерь

Коэффициент диэлектрических потерь для фарфора М-23 был рассчитан по формуле:

$$\epsilon'' = \frac{2}{3} \cdot \frac{n_{\text{Na}} \alpha''}{\epsilon_0} = \frac{2}{3} \cdot \frac{n_{\text{Na}} q^2}{\epsilon_0 m_{\text{Na}}} \cdot \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} = 0,45 \cdot 10^{26} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{17} \cdot \omega}{(0,67 \cdot 10^{26} - \omega^2)^2 + 1,6^2 \cdot 10^{34} \cdot \omega^2} \quad (12)$$

Частотная зависимость тангенса угла диэлектрических потерь ( $\text{tg}\delta$ ) за счет релаксационной поляризации для фарфора М-23 может быть рассчитана по формуле:

$$\text{tg}\delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{n\alpha''}{\epsilon_0}}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{n\alpha''}{\epsilon_0}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{n_{\text{Na}} q^2}{\epsilon_0 m_{\text{Na}}} \cdot \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}{\epsilon_\infty + \frac{2}{3} \cdot \frac{n_{\text{Na}} q^2}{\epsilon_0 m_{\text{Na}}} \cdot \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} = \frac{0,45 \cdot 10^{26} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{17} \cdot \omega}{(0,67 \cdot 10^{26} - \omega^2)^2 + 1,6^2 \cdot 10^{34} \cdot \omega^2}}{6,146 + 0,45 \cdot 10^{26} \cdot \frac{(0,67 \cdot 10^{26} - \omega^2)}{(0,67 \cdot 10^{26} - \omega^2)^2 + 1,6^2 \cdot 10^{34} \cdot \omega^2}} \quad (13)$$

и представлена на рис. 1 кривой 1.

Коэффициент диэлектрических потерь проводимости равен

$$\epsilon''_{\text{пр}} = \frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega}, \quad (14)$$

где  $\gamma$  для М-23  $\sim 1,4 \cdot 10^{-10} \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$ . Потери проводимости при малых поляризационных потерях

$$\text{tg}\delta = \frac{\epsilon''_{\text{пр}}}{\epsilon'} = \frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega \epsilon'} \quad (15)$$

представлены на рис. 1 кривой 3.

Общая формула диэлектрических потерь с учетом потерь проводимости и поляризационных потерь:

$$\text{tg}\delta = \frac{\epsilon''_{\text{пр}} + \epsilon''_p}{\epsilon'} \quad (16)$$

$\epsilon''_p$  — поляризационные потери.

Диэлектрические потери складываются из двух составляющих: поляризационных потерь (13) и потерь проводимости (15), расчетные значения которых приведены на рис. 1 и как результаты суммирования представлены кривой 4.

### Заключение

Вычисления диэлектрической проницаемости для электротехнического фарфора в области частот от  $10$  до  $10^{14} \text{ с}^{-1}$  по формулам, полученным на основании теории вынужденных колебаний, дают абсолютные значения и ход частотной зависимости удовлетворительно (с точностью  $\pm 5\%$ ) совпадающий с экспериментальными результатами (рис. 1, кривая 5). Так как в вычислениях использовали ранее полученные [5, 6] результаты вычислений  $\epsilon$  по этой теории для области частот до  $10^{17} \text{ с}^{-1}$ , то можно утверждать ее применимость до частот ультрафиолета.

Результаты расчета частотной зависимости  $\text{tg}\delta$  можно разбить на три области:

I — область от  $0$  до  $5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$  на рис. 1 определяется потерями проводимости, и их расчет без большой погрешности может выполняться по ф-ле (15). При частоте  $5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$   $\text{tg}\delta$  определяемый потерями проводимости  $\sim 10^{-3}$ , а поляризационными процессами  $\sim 5 \cdot 10^{-6}$ .

Во II области от  $5 \cdot 10^3$  до  $8 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$  (рис. 1) вклады потерь проводимости и поляризационных равновзначны, и вычисления ведут по ф-ле (16) с учетом обоих составляющих (кривая 4).

III область от  $8 \cdot 10^5$  до  $10^{14} \text{ с}^{-1}$  определяется целиком релаксационными поляризационными потерями, и вычисления  $\text{tg}\delta$  ведут по ф-ле (13). При частоте  $8 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$  его величина, определяемая потерями проводимости, составляет  $5 \cdot 10^{-6}$  и убывает

обратно пропорционально частоте, а поляризационными потерями —  $5 \cdot 10^{-4}$  и растет прямо пропорционально частоте до  $5 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>, при которой он достигает величины  $10^{-1}$ , проходит через максимум и убывает с частотой.

### Литература

1. Выдрик Г.А., Костюков Н.С. Физико-химические основы производства и эксплуатации электрокерамики. М.: Энергия, 1971, 328 с.
2. Костюков Н.С., Лукичев А.А., Муминов М.И., Атраш С.М., Скрипников Ю.С. Диэлектрики и радиация. Под общ. ред. Н.С. Костюкова. Кн. 2. "ε и tgδ при облучении". М.: Наука, 2002, 326 с.
3. Костюков Н.С., Лукичев А.А. Диэлектрические свойства керамики на основе α-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в области релаксационной поляризации. Электричество, 1999, № 3, с. 44 – 47.
4. Костюков Н.С., Муминов М.И., Атраш С.М. и др. Диэлектрики и радиация. Под общ. ред. Н.С. Костюкова. Кн. 1. "Радиационная электропроводность". М.: Наука, 2001, 253 с.
5. Колпащикова Ж.В., Щербакова Е.В., Костюков Н.С. Изменение диэлектрических свойств электротехнического фарфора при облучении нейтронами. Атомная энергия, 2003, т. 35, вып. 2, с. 134 – 140.
6. Колпащикова Ж.В., Щербакова Е.В., Костюков Н.С. Поляризационные процессы в фарфоре электротехнического назначения в широкой области спектра. Стекло и керамика, 2003, № 11, с. 19 – 21.

**Костюков Николай Сергеевич** — Амурский государственный университет (АмГУ) (г. Благовещенск), доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник. Специалист в области физики диэлектриков. E-mail: kostyukov@ascnet.ru.

**Соколова Светлана Михайловна** — Институт геологии и природопользования ДВО РАН (ИГиП ДВО РАН) (г. Благовещенск), кандидат физико-математических наук, научный сотрудник. Специалист в области физика диэлектриков. E-mail: sokol@ascnet.ru.

**Демчук Виктор Александрович** — Институт геологии и природопользования ДВО РАН (ИГиП ДВО РАН) (г. Благовещенск), кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, заведующий лабораторией. Специалист в области керамического материаловедения. E-mail: demchuk@ascnet.ru.

**Колпащикова Жанна Викторовна** — Дальневосточное высшее военное командное училище им. К.К. Рокоссовского (ДВВКУ) (г. Благовещенск), преподаватель. Специалист в области физики диэлектриков.