

## **Спектральный анализ термоволновых колебаний в слоистых системах**

**Г. Г. Бондаренко, М. А. Кокин, Д. С. Пятых, М. М. Якункин**

---

Для исследования состояния границы раздела многослойных систем разработан метод, основанный на спектральном анализе термоволновых колебаний, возникающих под действием излучения лазеров, работающих в периодическом импульсном режиме. Метод основан на высокой чувствительности формы осциллирующей составляющей пирометрического сигнала к адгезионным характеристикам границы раздела фаз. Для количественной оценки формы сигнала использованы коэффициент корреляции (система пленка – подложка) и передаточная функция (многослойные образцы).

**Ключевые слова:** границы раздела, многослойные системы, термоволновые колебания, коэффициент корреляции.

---

For research of the state of interface of the multi-layered systems, a method, based on the spectral analysis of thermowave oscillations, is developed. These oscillations arise under the action of periodic pulses of laser irradiation. A method is based on the high sensitivity of form of oscillating component of pyrometric signal to adhesion characteristics of phase interface. For the quantitative estimation of form of signal, the coefficient of correlation (for the film-substrate system) and transmission function (for multi-layered samples) have been used.

**Keywords:** interface, multi-layered systems, thermowave oscillations, coefficient of correlation.

---

### **Введение**

Увеличивающийся интерес к многослойным материалам в различных областях техники, в том числе к термозащитным покрытиям, повлек за собой разработку методов измерения их свойств [1, 2]. Тепловая проводимость границ раздела слоёв является одной из основных характеристик процесса переноса тепла в таких материалах. Существующие теоретические исследования процесса передачи тепла через многослойные материалы варьируются в зависимости от толщины и тепловых свойств отдельных слоёв — от аналитических методов разделения переменных до численных методов с использованием разностных схем и требуют знания этой характеристики для каждого слоя. Однако методы её определения для тонкослойных материалов довольно трудоемки. Большинство материалов было изучено при помощи серии экспериментов с использованием импульсных поверхностных источников тепла при высоких температурах [3–6].

В этих исследованиях решалась задача теплопереноса для слоистых систем в зависимости от количества повторений слоёв, то есть количества двухслойных структур. В экспериментах на верхнюю поверхность образца заданной толщины подается лазерный импульс при постоянной температуре окружающей среды и измеряется температура задней или передней поверхности. По мере того, как переданное импульсом тепло распространяется внутри образца, температура верхней поверхности уменьшается, а нижней — увеличивается. Через некоторое время за счет теплопотерь температура всего образца становится равной температуре окружающей среды. Тепловая проводимость границ раздела слоёв рассчитывалась с помощью моделирования температурного поля на одной из его поверхностей. Эксперименты над многослойными образцами, проведенные ранее, анализировались при помощи решения уравнения теплопроводности при заданных граничных условиях, которое позволяло смоделировать распределение тепла внутри мате-

риала. Хотя данный метод и позволяет произвести анализ, он требует присутствия условия связи для каждой границы, а полученные аналитические выражения недостаточно точно описывают поведение температурного поля в образце в целом.

Известно, что эффективным способом решения подобных проблем является применение метода спектрального анализа [7, 8]. Особенности его использования для анализа фотоакустических процессов в слоистых средах рассмотрены в [9]. Он позволяет найти характеристики сложных линейных систем, зная лишь отклик системы на внешнее  $\delta$ -образное возмущение. Однако возможность применения двустороннего преобразования Фурье для описания тепловых процессов до настоящего времени не рассматривалась.

В связи с этим представляет интерес исследование спектральных слоистых систем излучением лазеров, работающих в периодическом импульсном режиме. Известно [10], что при таком нагреве осциллирующая составляющая квазистационарного температурного поля  $\Theta(t, x)$  может быть представлена линейной суперпозицией температурных колебаний с дискретным спектром частот, который совпадает со спектром частот внешнего теплового источника. Хотя такое представление позволяет дать описание температурного поля, адекватное физическому эксперименту, с увеличением числа свободных параметров оно приводит к громоздким выражениям, вычисление по которым вызывает трудности даже при использовании машинного счета. Возникает вопрос о возможности исследования тепловых свойств многослойных систем методом, не связанным с детальным анализом процессов в самой системе.

### Методическая часть

Предлагаемый подход основан на известной теореме, согласно которой в линейных моделях спектры частот внешнего источника возмущения и отклика системы на него должны совпадать. Осциллирующая составляющая квазистационарного температурного поля, удовлетворяющая требованию этой теоремы, имеет вид [10]

$$\Theta(t, x) = \frac{2}{\alpha} \sum_{k=1}^{k=\infty} \operatorname{Re} [c_k H_k(x) \exp(i\omega_k t)], \quad (1)$$

где  $\alpha = 4\sigma\epsilon\bar{T}^3$  — линейризованный коэффициент теплопотери,  $\bar{T}$  — стационарная температура образца,  $H_k(x)$  — пространственная часть  $k$ -той моды колебаний,  $\omega_k = 2\pi k/t_n$  — спектр частот внешнего теплового источника,  $t_n$  — период следования импульсов лазерной генерации,  $c_k$  — коэффициенты

Фурье разложения поглощенной плотности мощности лазерного излучения  $q(t)$  в ряд.

Чтобы перейти к характеристике образца во временной области, представим решение (1) в векторной форме

$$\alpha \Theta \cdot \mathbf{e} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{e}, \quad (2)$$

где  $\Theta = \{\Theta_k\}$  — вектор-строка коэффициентов Фурье разложения осциллирующей составляющей квазистационарного температурного поля  $\Theta(t, x)$  в ряд,  $\mathbf{c} = \{c_k\}$  — диагональная матрица коэффициентов Фурье  $c_k$  разложения плотности поглощенной мощности лазерного излучения  $q(t)$  в ряд,  $\mathbf{H} = [H_k(x)]$  — вектор-столбец пространственных мод колебаний  $H_k(x)$ ,  $\mathbf{e} = \{\exp(i\omega_k t)\}$  — система базисных векторов,  $\alpha$  — линейризованный коэффициент теплопотери.

Отсюда следует выражение для вектора  $\mathbf{H}$

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{e} = \alpha \mathbf{c}^{-1} \cdot \Theta \cdot \mathbf{e}. \quad (3)$$

и соотношение между спектральными амплитудами, то есть пространственной модой колебаний  $H_k(x)$  и коэффициентами Фурье  $c_k$  и  $\Theta_k$  разложения в ряд плотности поглощенной мощности лазерного излучения  $q(t)$  и осциллирующей составляющей квазистационарного температурного поля  $\Theta(t, x)$ , соответственно

$$H_k(x) = \alpha c_k^{-1} \cdot \Theta_k. \quad (4)$$

Очевидно, что функция  $h(t, x)$ , которая является характеристикой образца во временной области на отрезке  $t \in [0, t_n]$  (импульсная характеристика образца), равна

$$h(t, x) = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{k=\infty} H_k(x) \exp(i\omega_k t). \quad (5)$$

При  $q_0 = \alpha = 1$  она может рассматриваться как результат действия на образец периодического импульсного  $\delta$ -образного источника тепла.

В результате векторное представление осциллирующей составляющей квазистационарного температурного поля  $\Theta(t, x)$  становится близким к представлению, разработанному в теории спектрального анализа электромагнитных сигналов [7].

Дальнейший анализ существенно зависит от того, исследуются ли спектральные характеристики температурного сигнала системы пленка-подложка (FF-нагрев: нагрев и измерение пирометрического сигнала передней поверхности образца) или тонких многослойных образцов (FR-нагрев: нагрев поверхности образца спереди, измерение пирометрического сигнала на задней поверхности образца).

В первом случае для исследования изменения формы пульсаций температуры  $\Theta(t, 0)$  с поверхности образца в зависимости от величины тепловой проводимости  $\alpha_{12}$  в работе был использован коэффициент корреляции

$$r(\alpha_{12}) = \frac{\sum_k \operatorname{Re}\{H_k^1(\infty)H_k^{1*}(\alpha_{12})\}}{\sqrt{\sum_k |H_k^1(\infty)|^2} \sqrt{\sum_k |H_k^1(\alpha_{12})|^2}}, \quad (6)$$

где  $H_k^1(\infty)$ ,  $H_k^{1*}(\alpha_{12})$  — значения спектральных амплитуд пириметрического сигнала при идеальной тепловой проводимости границы раздела и её конечном значении, соответственно.

Во втором случае для описания прохождения температурного сигнала через многослойный образец и установления связи входной и выходной характеристик системы во временной области используется уравнение круговой свертки

$$H(t, l) = h(t) \cdot H(t, 0) = \int_{-t_n/2}^{+t_n/2} h(\tau)H(t - \tau, 0)d\tau, \quad (7)$$

а в частотной — её Фурье-образ

$$H_k(l) = h(k) \cdot H_k(0), \quad (8)$$

где  $h(k)$  — комплексный коэффициент передачи,  $l$  — геометрический размер системы.

Согласно (4), входной сигнал  $H(t, 0)$  (внешнее тепловое воздействие на систему) в частотной области определяется через спектральные амплитуды теплового источника и осцилляций температуры соотношением  $H_k(0) = \alpha c_k^{-1} \cdot \Theta_k(0)$ . Аналогично, для выходного сигнала имеем  $H_k(l) = \alpha c_k^{-1} \cdot \Theta_k(l)$ . Отсюда следует, что коэффициент передачи не зависит от величины теплового потока  $q(t)$ , коэффициента теплопотерь  $\alpha$  и равен

$$h(k) = \frac{H_k(l)}{H_k(0)} = \frac{\Theta_k(l)}{\Theta_k(0)}, \quad (9)$$

то есть определяется только через измеряемые экспериментально спектральные амплитуды осцилляций температуры на передней и задней поверхностях образца.

Чтобы прийти к известному результату, заметим, что прохождение температурного сигнала через многослойную систему можно описывать последовательно как прохождение через  $i$ -тый слой и границу раздела  $i$ -того и  $i + 1$ -го слоев, имеющих коэффициенты передачи  $h_i$  и  $h_{i, i+1}$ , соответственно, так что коэффициент передачи многослойного материала, состоящего из  $j$  слоев, равен

$$h(k) = \prod_{i=1}^j h_i(k)h_{i, i+1}(k). \quad (10)$$

Видно, что при таком подходе система связанных дифференциальных уравнений теплового баланса для многослойного образца заменяется алгебраическим (10), а многослойный образец можно представить в виде “черного ящика”. Так как выражения для коэффициентов передачи  $h_i$  и  $h_{i, i+1}$  рассчитываются с помощью уравнения теплопроводности, то связь между теплофизическими и спектральными характеристиками теплового процесса можно установить с помощью параметрической модели.

Приведенные соотношения показывают существенное отличие предложенного подхода от методов, разработанных в теории спектрального анализа.

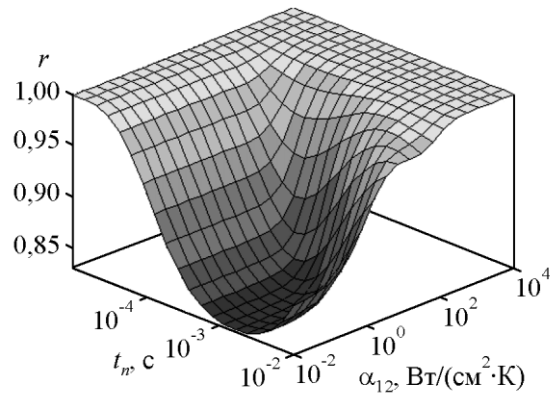


Рис. 1. Зависимость коэффициента корреляции  $r$  от величины тепловой проводимости границы раздела  $\alpha_{12}$  и периода следования импульсов лазерной генерации  $t_p$  для системы вольфрамовая пленка (0,1 мкм) – кремниевая подложка (1 мм).

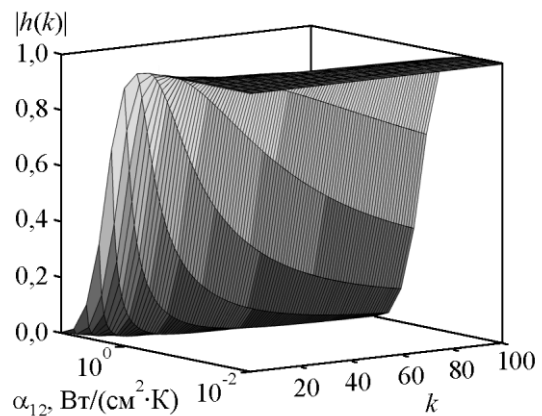


Рис. 2. Зависимость модуля частотной характеристики  $|h(k)|$  от номера спектральной амплитуды  $k$  при различных значениях величины тепловой проводимости границы раздела  $\alpha_{12}$  для системы вольфрам (0,1 мкм) – кремний (0,1 мкм).

Основной инструмент этих методов  $\delta(t)$ -функция и ее интегральное представление Фурье

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega t) d\omega \quad (11)$$

описывают разные теплофизические процессы. В первом случае имеет место перенос тепла, в то время как во втором среднее количество тепла, переносимое за период, равно нулю. В результате решения, полученные с использованием временной зависимости  $\delta(t)$ , и ее представления Фурье не совпадают. Другая ситуация возникает при использовании периодических  $\delta$ -образных источников тепла, которые возникают при использовании излучения лазеров, работающих в периодическом импульсном режиме. В том случае тепло не переносится, а для  $\delta(t)$ -функции может использоваться её спектральное представление.

Результаты математического моделирования спектральных характеристик слоистых систем приведены на рис. 1, 2. На рис. 1 представлена зависимость коэффициента корреляции  $r$  от величины тепловой проводимости границы раздела  $\alpha_{12}$  и периода следования импульсов лазерной генерации  $t_p$  для системы вольфрамовая пленка (0,1 мкм) – кремниевая подложка (1 мм). Зависимость модуля частотной характеристики  $|h(k)|$  от номера спектральной амплитуды  $k$  при различных значениях величины тепловой проводимости границы раздела  $\alpha_{12}$  для системы вольфрам (0,1 мкм) – кремний (0,1 мкм), рассчитанная по формуле (10) с использованием результатов [11], представлена на рис. 2.

Из рисунков видно, что по спектральным характеристикам температурного сигнала с высоким разрешением можно диагностировать состояние границ раздела слоистых систем.

## Выводы

1. Предложен метод диагностики границы раздела слоистых систем, основанный на спектральном

представлении пирометрического сигнала, возникающего под действием излучения лазера, работающего в периодическом импульсном режиме.

2. Приведены результаты расчетов, показывающие высокую чувствительность спектральных характеристик к состоянию поверхности раздела.

## Литература

1. Хокинг М., Васантасри В., Сидки П. Металлические и керамические покрытия. Получение, свойства и применение. Пер. с англ. М.: Мир. 2000. 518 с.
2. Технология тонких пленок. Справочник. Под ред. Л. Майсела, Р. Гленга. Т. 1. М.: Советское радио, 1977, 662 с.
3. Chen G., Neagu M. Thermal conductivity and heat transfer in superlattices. Applied Physics Letter, 1997, v. 71, p. 2761.
4. Gonzalez E.J., Bonevich J.E., Stafford G.R., White G., Josell D. Thermal transport through thin films: Mirage technique measurements on aluminum/titanium multilayers. Journal of Materials Research, 2000, v. 15, no. 3, p. 764 – 771.
5. Miloevi N.D., Raynaud M., Magli K.D. Simultaneous estimation of the thermal diffusivity and thermal contact resistance of thin solid films and coatings using the two-dimensional flash method. Int. J. Thermophys., 2003, v. 24, no. 3, p. 799 – 819.
6. Clemens B.M., Eesley G.L., Paddock C.A. Time-resolved thermal transport in compositionally modulated metal films. Phys. Rev., 1988, v. 37, no. 3, p. 1085 – 1096.
7. Френкс Л. Теория сигналов. М.: Сов. радио, 1974, 471 с.
8. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1988, 541 с.
9. Жаров В.П., Летохов В.С. Лазерная оптико-акустическая спектроскопия. М.: Наука, 1984, 320 с.
10. Якункин М.М. Квазистационарный тепловой режим, возникающий при периодическом импульсном нагреве цилиндрических твердых тел. ИФЖ, 1995, т. 68, № 4, с. 998 – 1004.
11. Бондаренко Г.Г., Якункин М.М. Исследование спектральных характеристик тепловых свойств многослойных материалов. Металлы. 2010, № 4, с. 32 – 38.

*Бондаренко Геннадий Германович — НИИ перспективных материалов и технологий Московского государственного института электроники и математики (Технического университета), доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора. Специалист в области физики конденсированного состояния. E-mail: bondarenko\_gg@rambler.ru, niipmt@mail.ru.*

**Якункин Михаил Михайлович** — Московский государственный институт электроники и математики (Технический университет), доктор физико-математических наук, профессор. Специалист в области физики высоких плотностей энергии. E-mail: yakunkin@mail.ru.

**Пятых Дмитрий Сергеевич** — Московский государственный институт электроники и математики (Технический университет), студент. Специалист в области программного обеспечения математических методов исследования. E-mail: this\_boy@mail.ru.

**Кокин Максим Александрович** — Московский государственный институт электроники и математики (Технический университет), аспирант. Специалист в области программного обеспечения математических методов исследования. E-mail: max@itmaster.ru.